

PENGOPTIMALAN RUTE PENDISTRIBUSIAN TABUNG GAS LPG 3 KG DENGAN ALGORITMA *SEQUENTIAL INSERTION*

(Studi Kasus: Koperasi Pegawai Kantor Gubernur Kalimantan Barat)

Syarifah Ratih Eka Wahyuni, Mariatul Kiftiah, Yudhi

INTISARI

LPG (Liquid Petroleum Gas) adalah salah satu komoditas sektor migas yang diproduksi oleh PT. Pertamina (Persero). Salah satu permasalahan yang dihadapi Koperasi Pegawai Negeri Kantor Gubernur Kalimantan Barat yaitu mendistribusikan tabung gas LPG dari Stasiun Pengisian Bahan Bakar Elpiji (SPBE) ke setiap pangkalan. Permasalahan rute pendistribusian termasuk dalam *Vehicle Routing Problem (VRP)* yaitu permasalahan penentuan rute kendaraan untuk melayani beberapa pelanggan. Salah satu variasi VRP yaitu *Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP)* dimana permasalahan setiap kendaraan yang mempunyai kapasitas terbatas. Variasi ini dapat diselesaikan menggunakan algoritma *Sequential Insertion* dimana terdapat empat kriteria dalam pemilihan pelanggan pertama yaitu *earliest deadline*, *earliest ready time*, *shortest time window* dan *longest travel time*. Penyelesaian permasalahan pendistribusian Gas LPG 3 kg di Koperasi Pegawai Negeri Kantor Gubernur Kalimantan Barat dengan algoritma *Sequential Insertion* memiliki hasil perhitungan dengan total jarak dan waktu tempuh yang berbeda untuk setiap kriteria yaitu untuk kriteria *earliest deadline* didapat total jarak dan waktu tempuh adalah 280.3 km dan 15.071 jam, Kriteria *earliest ready time* didapat total jarak dan waktu tempuh 293.66 km dan 15.4055 jam, Kriteria *Shortest time window* didapat total jarak dan waktu tempuh 276.54 km dan 14.6355 jam dan kriteria *longest travel time* didapat total jarak dan waktu tempuh 256.16 km dan 14.468 jam. Pada permasalahan ini dalam penentuan pelanggan awal dengan Kriteria *longest travel time* menghasilkan jarak dan waktu yang lebih optimal sehingga sistem pendistribusian lebih efisien dan juga menghemat biaya dalam penggunaan bahan bakar bensin dan waktu dalam mendistribusikan LPG.

Kata Kunci: *Vehicle Routing Problem, Capacitated Vehicle Routing Problem, Sequential Insertion*

PENDAHULUAN

Masalah pendistribusian yang menjadi kendala terbesar terutama bagi perusahaan yang memproduksi secara besar adalah pemilihan rute distribusi yang optimal. Salah satu contoh pendistribusian adalah pengiriman tabung gas LPG (*Liquid Petroleum Gas*) yang disalurkan dari depot kemudian ke SPBE (Stasiun Pengisian Bahan Bakar Elpiji) kemudian dilakukan pengisian ketabung LPG 3 kg, 12 kg dan 15 kg. Pendistribusian LPG perlu diatur secara sistematis sehingga menghasilkan sistem distribusi yang optimal dengan menyesuaikan jumlah permintaan LPG.

Pemasalahan rute ini termasuk dalam *capacitated vehicle routing problem (CVRP)*. CVRP merupakan masalah optimasi untuk menentukan rute dengan biaya minimal (*minimal cost*), banyaknya kendaraan (*vehicles*), dengan kapasitas yang terbatas [1]. CVRP dapat diselesaikan dengan algoritma *sequential insertion* yang dimana untuk memecahkan masalah dengan cara menyisipkan pelanggan diantara pelanggan yang telah terbentuk agar didapat hasil yang maksimal [2]. Penelitian ini dilakukan untuk menentukan rute optimal dalam pendistribusian tabung gas LPG 3 kg menggunakan algoritma *sequential insertion*. Penelitian ini digunakan satu depot sebagai penyuplai LPG ke seluruh pangkalan dan kendaraan yang digunakan adalah truk dengan kapasitas 560 tabung. Menentukan rute awal pada algoritma *sequential insertion* dapat menggunakan empat pemilihan kriteria pelanggan pertama yaitu *earliest deadline*, *earliest ready time*, *shortest time window* dan *longest travel time*. Solusi yang diperoleh dari empat kriteria di dapat rute yang optimal dengan waktu dan jarak pendistribusian terkecil.

CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP) adalah masalah optimasi untuk menemukan rute dengan biaya minimal (*minimum cost*) untuk sejumlah kendaraan (*vehicles*) dengan kapasitas yang terbatas. CVRP sebagai suatu graf berarah $G = (V, E)$ dengan $V = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_n\}$ adalah himpunan simpul, v_0 menyatakan depot yaitu tempat kendaraan memulai dan mengakhiri rute perjalanan. Sedangkan $E = \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j\}$ adalah himpunan sisi yang menghubungkan antara simpul. Setiap simpul $v_i \in V$ memiliki permintaan (*demand*) sebagai q_i dengan $i = \{1, 2, \dots, n\}$. $K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ merupakan himpunan kendaraan yang digunakan. Kendaraan dengan kapasitas yang sama yaitu Q , sehingga panjang setiap rute dibatasi oleh kapasitas kendaraan. Jarak dari simpul v_i ke simpul v_j memiliki jarak tempuh c_{ij} [3]. Permasalahan CVRP adalah menentukan himpunan dari K rute kendaraan yang memiliki kondisi berikut:

1. Setiap rute berawal dan berakhir di depot.
2. Setiap konsumen harus dilayani tepat satu kali oleh satu kendaraan.
3. Total permintaan konsumen dari setiap rute tidak melebihi kapasitas kendaraan.
4. Total jarak dari semua rute diminimumkan.

Permasalahan tersebut kemudian diformulasikan ke dalam model matematika dengan tujuan meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan [4]. Didefinisikan variabel keputusannya adalah:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } k \text{ melakukan perjalanan dari simpul } v_i \text{ ke simpul } v_j \\ 0, & \text{jika lainnya} \end{cases}$$

Selanjutnya fungsi tujuannya meminimumkan total jarak tempuh perjalanan kendaraan. Jika Z adalah fungsi tujuan, maka Minimumkan:

$$Z = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ij}^k$$

Dengan kendala-kendala:

1. Setiap simpul hanya dikunjungi tepat satu kali oleh suatu kendaraan.

$$\sum_{k \in K} \sum_{i, j \in V, i \neq j} x_{ij}^k = 1, \forall i, j \in V$$

2. Total jumlah permintaan pelanggan dalam satu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan yang melayani rute tersebut.

$$\sum_{k \in K} \sum_{i, j \in V, i \neq j} q_i x_{ij}^k \leq Q, \forall k \in K$$

3. Setiap rute perjalanan kendaraan berawal dari depot.

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{0i}^k = 1$$

4. Setiap rute perjalanan kendaraan berakhir di depot.

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in V} x_{i0}^k = 1$$

5. Kekontinuan rute, artinya kendaraan yang mengunjungi suatu simpul, setelah selesai melayani akan meninggalkan simpul tersebut.

$$\sum_{i,j \in V} x_{ij}^k - \sum_{i,j \in V} x_{ji}^k = 0, \forall i, j \in V, \forall k \in K$$

6. Batasan ini memastikan bahwa tidak terdapat subroute pada setiap rute yang terbentuk yang dikaitkan dengan batasan kapasitas kendaraan.

$$x_{ij}^k = 1 \rightarrow u_i^k - q_j = u_j^k, \forall i, j \in V; i \neq j, K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$$

$$u_0 = Q, 0 \leq u_i, \forall i \in V$$

7. Variabel keputusan x_{ij}^k merupakan *integer biner* yang hanya terdefinisi jika jumlah permintaan simpul i dan j tidak melebihi kapasitas kendaraan [4].

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \forall i, j \in V; i \neq j, K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\}$$

ALGORITMA SEQUENTIAL INSERTION

Algoritma *sequential insertion* adalah cara memecahkan masalah dengan menyisipkan pangkalan diantara urutan pangkalan yang telah terbentuk agar didapatkan hasil yang maksimal [2]. Penyelesaian permasalahan CVRP dengan algoritma *sequential insertion* melalui beberapa langkah. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut [5]:

1. Menentukan data pangkalan, jumlah permintaan, kapasitas kendaraan dan matriks jarak sebagai input yang dibutuhkan.
2. Menentukan rute yang dimulai dari depot menuju ke pangkalan kemudian kembali lagi ke depot, dipilih pangkalan pertama dengan empat kriteria .
3. Hitung jumlah permintaan dan total jarak tempuh pangkalan pada rute.
4. Pilih pangkalan dengan total waktu penyelesaian terkecil untuk dipilih ditugaskan kedalam rute. Apabila jumlah permintaan kurang dari kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 6.
5. Apabila jumlah permintaan lebih dari kapasitas kendaraan maka dilanjutkan ke langkah 6.
6. Pangkalan kemudian ditugaskan kedalam rute dan rute pertama terbentuk kembali ke langkah 4.
7. Jika semua pangkalan telah terpilih maka proses pengerjaan algoritma *sequential insertion* telah selesai. Apabila masih ada pangkalan yang belum terpilih maka lanjut ke langkah 7.
8. Pembentukan rute baru.
9. Masukkan pangkalan yang belum terpilih untuk ditugaskan kedalam rute yang terbentuk selanjutnya, lanjut ke langkah 4.
10. Setelah semua rute telah dikunjungi dan semua permintaan telah terpenuhi maka didapat rute- rute kendaraan.

Algoritma *sequential insertion* memiliki empat kriteria dalam pemilihan pangkalan pertama yaitu memilih pangkalan yang mempunyai batas akhir pelayanan yang terkecil (*earliest deadline*) dengan memenuhi pertidaksamaan $l_{[i]} \leq l_{[0]} - \tau_{[0,i]} - s_{[0]}$ yang dimana $l_{[i]}$ menunjukan waktu batas akhir pelayanan pada pangkalan i , $l_{[0]}$ adalah waktu batas akhir pelayanan harus dilakukan di depot, waktu antar dari depot ke pangkalan i ($\tau_{[0,i]}$) dan waktu pelayanan pada depot ($s_{[0]}$). Memilih pangkalan yang mempunyai saat siap pelayanan yang terkecil (*earliest ready time*) dengan memenuhi pertidaksamaan $e_{[i]} \leq l_{[0]} - s_{[i]} - \tau_{[0,i]} - s_{[0]}$ dengan $e_{[i]}$ menunjukan waktu saat siap (*ready time*), waktu pelayanan pada pangkalan i $s_{[i]}$. Memilih pangkalan yang mempunyai perbedaan antara batas akhir dan saat siap yang terkecil (*shortest time window*) dengan memenuhi pertidaksamaan $l_{[i]} - e_{[i]} \geq s_{[i]}$. Memilih pangkalan yang mempunyai waktu perjalanan dari depot yang terlama.

(longest travel time). Pada rute selanjutnya memilih aturan bagi pemilihan pangkalan awal (*seed customer*) diikuti dengan kriteria pemilihan pangkalan pertama yang digunakan pada rute pertama.

IMPLEMENTASI ALGORITMA

Permasalahan pendistribusian LPG 3 kg ke 14 pangkalan pada tanggal 01 Oktober 2019 yang diperoleh dari Koperasi Kantor Gubernur Kalimantan Barat yang dapat dilihat pada Tabel 1 berikut ini.

Tabel 1 Data Pendistribusian Tabung Gas LPG 3 kg Tanggal 01 Oktober 2019

No.	PANGKALAN	ALAMAT	KELURAHAN	KECAMATAN	PERMINTAAN (tabung)
DEPOT	SPPBE PESONA ASIA SEJAHTERA	Jl Raya Wajok Hulu Km.8 RT.002/RW.02	SIANTAN	PONTIANAK UTARA	0
p_1	61.781.01	Jl Ayani/Parit H. Husin 2	BANGKA BELITUNG DARAT	PONTIANAK TENGGARA	90
p_2	64.781.01	Jl Parit H. Husin 1 Pontianak	BANGKA BELITUNG LAUT	PONTIANAK TENGGARA	100
p_3	64.781.02	Jl Ayani Pontianak	PARIT TOKAYA	PONTIANAK SELATAN	130
p_4	64.781.06	Jl Prof M yamin	SEL/SUNGAI BANGKONG	PONTIANAK KOTA	170
p_5	64.781.11	Jl Imam Bonjol	BANSIR LAUT	PONTIANAK TENGGARA	170
p_6	Bambang Setyono	Jl Purnama Agung VII Blok I 15 RT.004/RW.007	PARIT TOKAYA	PONTIANAK SELATAN	160
p_7	BERDIKARI (Dadang)	Jl. Budi Karya No.12A RT.03/RW.23	BENUA MELAYU DARAT	PONTIANAK SELATAN	230
p_8	H. Muhammad Markai / Pak Bujang	Jl Husein Hamzah No.99 RT.001/RW.024	SEL/SUNGAI JAWI DALAM	PONTIANAK BARAT	160
p_9	Hery Setyo Utamo	Jl Pulau We Dalam No.5	AKCAYA	PONTIANAK SELATAN	200
p_{10}	Khairudin	Jl Adi Sucipto No. 322 RT.02/RW.13	BANGKA BELITUNG	PONTIANAK SELATAN	160
p_{11}	Sawardi (Saleh)	Jl Tanjung Raya II Depan Koramil	SAIGON	PONTIANAK TIMUR	200
p_{12}	Syarifah Nurhayati	Jl Nirbaya RT.03/RW.10	KOTA BARU	PONTIANAK SELATAN	200
p_{13}	Yuliana AZ	Jl Perdana Gg Reformasi No 7	PARIT TOKAYA	PONTIANAK TENGGARA	70
p_{14}	Darmawi, Amd (Titin)	Jl Haruna/Apel VI	SEL/SUNGAI JAWI DALAM	PONTIANAK BARAT	200
Total Permintaan					2240

Pendistribusian LPG 3 kg menggunakan kendaraan dengan kapasitas 560 tabung dengan melewati jalan utama menuju pangkalan. Pendistribusian LPG diawali dengan sebuah tempat pengisian ulang gas yang disebut depot dan pangkalan gas yang dikunjungi diberi label $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{11}, p_{12}, p_{13}$ dan p_{14} .

Tabel 2. Data Jarak Antar Pangkalan (km)

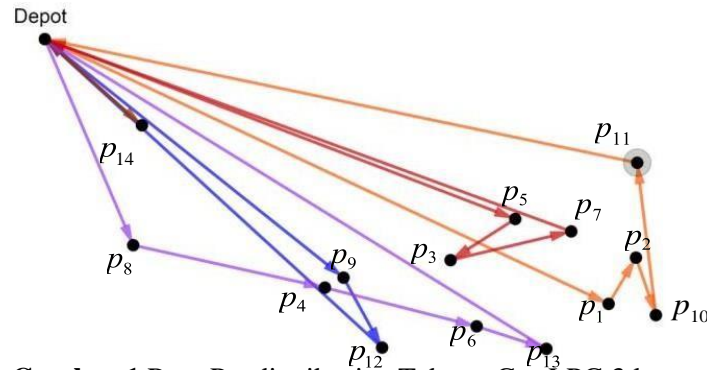
jarak	depot	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
depot	0	22.5	21.2	26	29	22.5	27.5	23.7	30	27.8	21.1	15	29	25.7	29
p_1	23	0	1.8	3.5	6.4	2.6	5.1	3.9	8.9	5.4	1.9	7.8	6.5	2.6	7.6
p_2	21.1	1.7	0	4.5	7.4	1.4	6.1	2.6	8.9	6.4	0.06	5.9	7.6	4	7.9
p_3	26.1	4.4	4.9	0	3.5	3.8	3	3.5	6.4	2.5	4.8	11	4.2	4.5	5.2
p_4	28	6.7	7.3	3.4	0	6.2	1.9	5.9	4.2	0.35	7.3	12.8	2.4	6.4	4.7
p_5	22.5	2.9	1.4	3.5	6.2	0	5.1	1.2	7.6	5.3	1.4	4.5	6.5	3.8	6.4
p_6	29	6.8	7.4	3.3	1.9	6.3	0	6	6.6	6.2	1.6	13.8	2.3	3.6	6.4
p_7	23.7	3.8	2.6	4.4	4.5	1.2	6	0	6.6	4.6	2.7	8.5	6.7	4.7	5.4
p_8	32	9.7	11	6.5	3.5	8	7.4	7.4	0	3.8	9.4	14.8	5.8	7.6	3
p_9	29	6.9	7.5	2.8	0.45	6.3	5.4	6.1	4.6	0	7.5	12.8	1.9	6.4	4.9
p_{10}	21.1	1.8	0.06	4.6	7.4	1.4	1.6	2.7	9	6.4	0	5.8	7.6	4.7	8
p_{11}	15	7.5	5.9	10.8	13.8	7.3	12.3	8.6	15.8	12.6	5.9	0	13.8	9.9	14.8
p_{12}	29	9	9.6	4.6	2.3	7.7	2.3	7.5	6.5	1.9	9.6	14.8	0	5	7
p_{13}	25.4	4	4.6	4	5.2	3.6	3.6	4.8	8.3	4.6	4.8	10.7	5	0	6.9
p_{14}	28	8	7.8	5.4	4.9	6.3	6.8	5.9	2.5	5	7.9	13.8	7.2	8	0

Pendistribusian tabung gas LPG 3 kg di Koperasi Kantor Gubernur Kalimantan Barat melewati 5 rute ke 14 pangkalan. Adapun rute yang dilewati sebagai berikut.

Tabel 3 Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG 3 kg

Koperasi Kantor Gubernur Kalimantan Barat				
kendaraan	rute	waktu	kapasitas (%)	jarak (km)
1	$0 - p_1 - p_2 - p_{10} - p_{11} - 0$	3.3109	98%	45.16
	$0 - p_9 - p_{12} - 0$	2.9075	71%	58.7
	$0 - p_{14} - 0$	2.145	36%	57
total waktu		8.3634	total jarak	160.86
2	$0 - p_5 - p_3 - p_7 - 0$	3.238	95%	53.2
	$0 - p_8 - p_4 - p_6 - p_{13} - 0$	3.626	100%	64.4
total waktu		6.864	total jarak	117.6
Jumlah		15.2274		278.46

Tabel 3 menunjukkan pendistribusian tabung gas LPG 3 kg di Koperasi Kantor Gubernur Kalimantan Barat dengan total jarak tempuh 278.46 km dan waktu tempuh 15.2274 jam. Rute pendistribusian tabung gas LPG 3 kg di Koperasi Pegawai Kantor Gubernur Kalimantan Barat sebagai berikut.



Gambar 1 Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG 3 kg

Penentuan rute pendistribusian dengan algoritma *sequential insertion* dipengaruhi oleh empat kriteria pelanggan pertama yaitu *earliest deadline*, *earliest ready time*, *shortest time window* dan *longest travel time*. Penyelesaian algoritma *sequential Insertion* dengan kriteria *earliest deadline* menggunakan pertidaksamaan *earliest deadline* untuk mencari batas akhir pada setiap pangkalan, sehingga terbentuk matriks *earliest deadline* sebagai berikut:

Tabel 4 Data *Earliest Deadline*

jarak	depot	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
depot	0	4.4215	4.454	4.334	4.259	4.4215	4.2965	4.3915	4.234	4.289	4.4565	4.609	4.259	4.3415	4.259
p_1	0.575	0	4.939	4.8965	4.824	4.919	4.8565	4.8865	4.7615	4.849	4.9365	4.789	4.8215	4.919	4.794
p_2	0.5275	4.9415	0	4.8715	4.799	4.949	4.8315	4.919	4.7615	4.824	4.9825	4.8365	4.794	4.884	4.7865
p_3	0.6525	4.874	4.8615	0	4.8965	4.889	4.909	4.8965	4.824	4.9215	4.864	4.709	4.879	4.8715	4.854
p_4	0.7	4.8165	4.8015	4.899	0	4.829	4.9365	4.8365	4.879	4.97525	4.8015	4.664	4.924	4.824	4.8665
p_5	0.5625	4.9115	4.949	4.8965	4.829	0	4.8565	4.954	4.794	4.8515	4.949	4.8715	4.8215	4.889	4.824
p_6	0.725	4.814	4.799	4.9015	4.9365	4.8265	0	4.834	4.819	4.829	4.944	4.639	4.9265	4.894	4.824
p_7	0.5925	4.889	4.919	4.874	4.8715	4.954	4.834	0	4.819	4.869	4.9165	4.7715	4.8165	4.8665	4.849
p_8	0.8	4.7415	4.709	4.8215	4.8965	4.784	4.799	4.799	0	4.889	4.749	4.614	4.839	4.794	4.909
p_9	0.725	4.8115	4.7965	4.914	4.97275	4.8265	4.849	4.8315	4.869	0	4.7965	4.664	4.9365	4.824	4.8615
p_{10}	0.5275	4.939	4.9825	4.869	4.799	4.949	4.944	4.9165	4.759	4.824	0	4.839	4.794	4.8665	4.784
p_{11}	0.375	4.7965	4.8365	4.714	4.639	4.8015	4.6765	4.769	4.589	4.669	4.8365	0	4.639	4.7365	4.614
p_{12}	0.725	4.759	4.744	4.869	4.9265	4.7915	4.9265	4.7965	4.8215	4.9365	4.744	4.614	0	4.859	4.809
p_{13}	0.635	4.884	4.869	4.884	4.854	4.894	4.864	4.7765	4.869	4.864	4.7165	4.859	4.859	0	4.8115
p_{14}	0.7	4.784	4.789	4.849	4.8615	4.8265	4.814	4.8365	4.9215	4.859	4.7865	4.639	4.804	4.784	0

Kemudian dilakukan perhitungan untuk mencari rute optimal yaitu:

Langkah 1 : Pilih Kendaraan

Langkah 2 : terpilih pangkalan p_8 karena mempunyai batas akhir pelayanan yang terkecil sebesar 4.234 jam

$$\text{Kendala muatan : } q_{[p_8]} = 160 \leq Q$$

$$CT = s_{[p_8]} + \tau_{[0,p_8]} + \tau_{[p_8,0]}$$

$$= 160 \times 0.0036 + \frac{30}{40} + \frac{32}{40}$$

$$= 2.126 \leq T$$

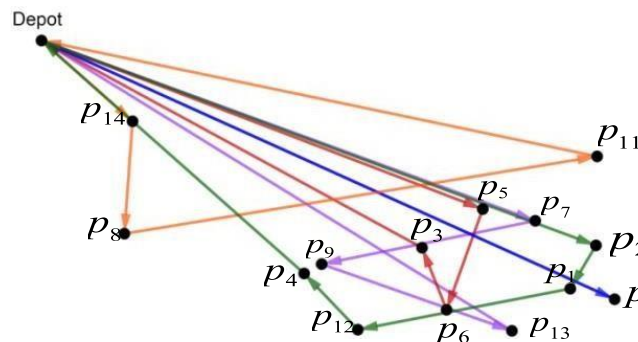
$$\text{Rute terpilih } 0 - p_8 - 0$$

Lakukan perhitungan sampai kapasitas kendaraan terpenuhi. Sehingga rute terpilih $0 - p_{14} - p_8 - p_{11} - 0$ dengan permintaan 560 tabung gas dan waktu 3.5485 jam. Hasil rute yang diperoleh dengan Menggunakan kriteria pelanggan pertama *earliest deadline* pada Tabel 5 berikut ini.

Tabel 5 Rekapitulasi Hasil Penyelesaian Masalah *Earliest Deadline*

<i>Earliest Deadline</i>				
kendaraan	Rute	waktu	kapasitas (%)	jarak (km)
1	$0 - p_7 - p_9 - p_{13} - 0$	3.3025	89%	60.1
	$0 - p_5 - p_6 - p_3 - 0$	3.081	82%	57
	$0 - p_{10} - 0$	1.631	29%	42.2
total waktu		8.0145	total jarak	159.3
2	$0 - p_{14} - p_8 - p_{11} - 0$	3.5485	100%	61.3
	$0 - p_2 - p_1 - p_{12} - p_4 - 0$	3.5085	100%	59.7
total waktu		7.057	total jarak	121
Jumlah		15.0715		280.3

Rute pendistribusian dengan algoritma *sequential insertion* dengan kriteria pelanggan pertama *earliest deadline* sebagai berikut:

**Gambar 2** Rute *Earliest Deadline*

Jumlah jarak dan waktu yang ditempuh dua kendaraan dengan lima rute yaitu sebesar 280.3 km dan 15.0715 jam. Penyelesaian algoritma *sequential Insertion* dengan kriteria *earliest ready time* menggunakan pertidaksamaan *earliest ready time* untuk mencari waktu saat siap pada setiap pangkalan, sehingga terbentuk matriks *earliest ready time* sebagai berikut:

Tabel 6 Data *Earliest Ready Time*

Jarak	depot	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
Depot	0	4.0975	4.094	3.866	3.647	3.8095	3.7205	3.5635	3.658	3.569	3.8805	3.889	3.539	4.0895	3.539
p_1	0.575	0	4.579	4.4285	4.212	4.307	4.2805	4.0585	4.1855	4.129	4.3605	4.069	4.1015	4.667	4.074
p_2	0.5275	4.6175	0	4.4035	4.187	4.337	4.2555	4.091	4.1855	4.104	4.4065	4.1165	4.074	4.632	4.0665
p_3	0.6525	4.55	4.5015	0	4.2845	4.277	4.333	4.0685	4.248	4.2015	4.288	3.989	4.159	4.6195	4.134
p_4	0.7	4.4925	4.4415	4.431	0	4.217	4.3605	4.0085	4.303	4.25525	4.2255	3.944	4.204	4.572	4.1465
p_5	0.5625	4.5875	4.589	4.4285	4.217	0	4.2805	4.126	4.218	4.1315	4.373	4.1515	4.1015	4.637	4.104
p_6	0.725	4.49	4.439	4.4335	4.3245	4.2145	0	4.006	4.243	4.109	4.368	3.919	4.2065	4.642	4.104
p_7	0.5925	4.565	4.559	4.406	4.2595	4.342	4.258	0	4.243	4.149	4.3405	4.0515	4.0965	4.6145	4.129
p_8	0.8	4.4175	4.349	4.3535	4.2845	4.172	4.223	3.971	0	4.169	4.173	3.894	4.119	4.542	4.189
p_9	0.725	4.4875	4.4365	4.446	4.36075	4.2145	4.273	4.0035	4.293	0	4.2205	3.944	4.2165	4.572	4.1415
p_{10}	0.5275	4.615	4.6225	4.401	4.187	4.337	4.368	4.0885	4.183	4.104	0	4.119	4.074	4.6145	4.064
p_{11}	0.375	4.4725	4.4765	4.246	4.027	4.1895	4.1005	3.941	4.013	3.949	4.2605	0	3.919	4.4845	3.894
p_{12}	0.725	4.435	4.384	4.401	4.3145	4.1795	4.3505	3.9685	4.2455	4.2165	4.168	3.894	0	4.607	4.089
p_{13}	0.635	4.56	4.509	4.416	4.242	4.282	4.318	4.036	4.2005	4.149	4.288	3.9965	4.139	0	4.0915
p_{14}	0.7	4.46	4.429	4.381	4.2495	4.2145	4.238	4.0085	4.3455	4.139	4.2105	3.919	4.084	4.532	0

Kemudian dilakukan perhitungan untuk mencari rute optimal yaitu:

Langkah 1 : Pilih Kendaraan

Langkah 2 : terpilih pangkalan p_{12} karena mempunyai saat siap menerima pelayanan yang terkecil sebesar 3.539 jam

Kendala muatan : $q_{[p_{12}]} = 200 \leq Q$

$$\begin{aligned}
 CT &= s_{[p_{12}]} + \tau_{[0,p_{12}]} + \tau_{[p_{12},0]} \\
 &= 200 \times 0.0036 + \frac{29}{40} + \frac{29}{40} \\
 &= 2.17 \leq T
 \end{aligned}$$

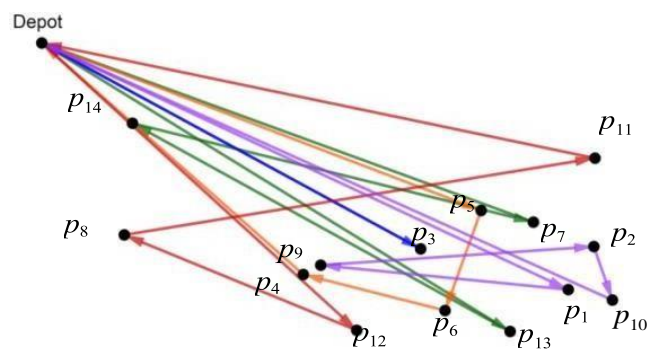
Rute terpilih $0 - p_{12} - 0$

Lakukan perhitungan sampai kapasitas kendaraan terpenuhi. Sehingga rute terpilih $0 - p_{12} - p_8 - p_{11} - 0$ dengan permintaan 560 tabung gas dan waktu 3.6485 jam. Hasil rute yang diperoleh dengan menggunakan kriteria pelanggan pertama *earliest ready time* pada Tabel 7 berikut ini.

Tabel 7 Rekapitulasi hasil penyelesaian masalah *Earliest Ready Time*

Earliest Ready Time				
kendaraan	rute	waktu	kapasitas (%)	jarak (km)
1	$0 - p_{13} - p_{14} - p_7 - 0$	3.355	89%	62.2
	$0 - p_5 - p_6 - p_4 - 0$	3.2375	89%	57.5
	$0 - p_3 - 0$	1.7705	23%	52.1
total waktu		8.363	total jarak	171.8
2	$0 - p_{12} - p_8 - p_{11} - 0$	3.6485	100%	65.3
	$0 - p_1 - p_9 - p_2 - p_{10} - 0$	3.394	98%	56.56
total waktu		7.0425	total jarak	121.86
Jumlah		15.4055		293.66

Rute pendistribusian dengan algoritma *sequential insertion* dengan kriteria pelanggan pertama *earliest ready time* sebagai berikut.



Gambar 3 Rute *Earliest Ready Time*

Jumlah jarak dan waktu yang ditempuh dua kendaraan dengan lima rute yaitu sebesar 293.66 km dan 15.4055 jam. Penyelesaian algoritma *sequential Insertion* dengan kriteria *shortest time window* menggunakan pertidaksamaan *shortest time window* untuk mencari perbedaan antara batas akhir dan saat siap terkecil pada setiap pangkalan, sehingga terbentuk matriks *earliest ready time* sebagai berikut:

Tabel 8 Data *Shortest Time Window*

jarak	depot	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
depot	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_1	0	0	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_2	0	0.324	0	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_3	0	0.324	0.36	0	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_4	0	0.324	0.36	0.468	0	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_5	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_6	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_7	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_8	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_9	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0	0.576	0.72	0.72	0.252	0.72
p_{10}	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0	0.72	0.72	0.252	0.72
p_{11}	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0	0.72	0.252	0.72
p_{12}	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0	0.252	0.72
p_{13}	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0	0.72
p_{14}	0	0.324	0.36	0.468	0.612	0.612	0.576	0.828	0.576	0.72	0.576	0.72	0.72	0.252	0

Kemudian dilakukan perhitungan untuk mencari rute optimal yaitu:

Langkah 1 : Pilih kendaraan

Langkah 2 : Terpilih pangkalan p_{13} karena mempunyai waktu pelayanan terkecil sebesar 0.252 jam

Kendala kapasitas : $q_{[p_{13}]} = 70 \leq Q$

$$\begin{aligned}
 CT &= s_{[p_{13}]} + \tau_{[0,p_{13}]} + \tau_{[p_{13},0]} \\
 &= 200 \times 0.0036 + \frac{29}{40} + \frac{29}{40} \\
 &= 1.5295 \leq T
 \end{aligned}$$

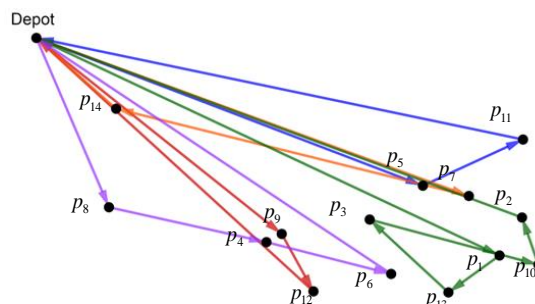
Rute terpilih $0 - p_{13} - 0$

Lakukan perhitungan sampai kapasitas kendaraan terpenuhi. Sehingga rute terpilih $0 - p_1 - p_{13} - p_3 - p_{10} - p_2 - 0$ dengan permintaan 550 tabung gas dan waktu 3.3565 jam. Hasil rute yang diperoleh dengan menggunakan kriteria pelanggan pertama *shortest time window* pada Tabel 9 berikut ini.

Tabel 9 Rekapitulasi hasil penyelesaian masalah *Shortest Time Window*

<i>Shortest Time Window</i>				
kendaraan	rute	waktu	kapasitas (%)	jarak (km)
1	$0 - p_5 - p_{11} - 0$	2.382	66%	42
	$0 - p_9 - p_{12} - 0$	2.9075	71%	58.7
	$0 - p_7 - p_{14} - 0$	2.9755	77%	57.1
total waktu		8.265	total jarak	157.8
2	$0 - p_1 - p_{13} - p_3 - p_{10} - p_2 - 0$	3.3565	98%	55.06
	$0 - p_8 - p_4 - p_6 - 0$	3.374	88%	64.4
total waktu		6.7305	total jarak	119.46
Jumlah		14.9955		277.26

Rute pendistribusian dengan algoritma *sequential insertion* dengan kriteria pelanggan pertama *shortest time window* sebagai berikut:



Gambar 4 Rute *Shortest Time Window*

Jumlah jarak dan waktu yang ditempuh dua kendaraan dengan lima rute yaitu sebesar 277.26 km dan 14.9955 jam. Penyelesaian algoritma *sequential Insertion* dengan kriteria *longest travel time* menggunakan waktu perjalanan terlama, sehingga terbentuk matriks *longest travel time* sebagai berikut:

Tabel 10 Data *Longest Travel Time*

jarak	depot	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}	p_{12}	p_{13}	p_{14}
depot	0	0.5625	0.53	0.63	0.725	0.5625	0.6875	0.5925	0.75	0.695	0.5275	0.375	0.725	0.6425	0.725
p_1	0.575	0	0.045	0.0875	0.16	0.065	0.1275	0.0975	0.2225	0.135	0.0475	0.195	0.1625	0.065	0.19
p_2	0.5275	0.0425	0	0.1125	0.185	0.035	0.1525	0.065	0.2225	0.16	0.0015	0.1475	0.19	0.1	0.1975
p_3	0.6525	0.11	0.1225	0	0.0875	0.095	0.075	0.0875	0.16	0.0625	0.12	0.275	0.105	0.1125	0.13
p_4	0.7	0.1675	0.1825	0.085	0	0.155	0.0475	0.1475	0.105	0.00875	0.1825	0.32	0.06	0.16	0.1175
p_5	0.5625	0.0725	0.035	0.0875	0.155	0	0.1275	0.03	0.19	0.1325	0.035	0.1125	0.1625	0.095	0.16
p_6	0.725	0.17	0.185	0.0825	0.0475	0.1575	0	0.15	0.165	0.155	0.04	0.345	0.0575	0.09	0.16
p_7	0.5925	0.095	0.065	0.11	0.1125	0.03	0.15	0	0.165	0.115	0.0675	0.2125	0.1675	0.1175	0.135
p_8	0.8	0.2425	0.275	0.1625	0.0875	0.2	0.185	0.185	0	0.095	0.235	0.37	0.145	0.19	0.075
p_9	0.725	0.1725	0.1875	0.07	0.01125	0.1575	0.135	0.1525	0.115	0	0.1875	0.32	0.0475	0.16	0.1225
p_{10}	0.5275	0.045	0.0015	0.115	0.185	0.035	0.04	0.0675	0.225	0.16	0	0.145	0.19	0.1175	0.2
p_{11}	0.375	0.1875	0.1475	0.27	0.345	0.1825	0.3075	0.215	0.395	0.315	0.1475	0	0.345	0.2475	0.37
p_{12}	0.725	0.225	0.24	0.115	0.0575	0.1925	0.0575	0.1875	0.1625	0.0475	0.24	0.37	0	0.125	0.175
p_{13}	0.635	0.1	0.115	0.1	0.13	0.09	0.09	0.12	0.2075	0.115	0.12	0.2675	0.125	0	0.1725
p_{14}	0.7	0.2	0.195	0.135	0.1225	0.1575	0.17	0.1475	0.0625	0.125	0.1975	0.345	0.18	0.2	0

Kemudian dilakukan perhitungan untuk mencari rute optimal yaitu: Langkah 1 : Pilih kendaraan

Langkah 2 : Terpilih pangkalan p_8 karena waktu perjalanan dari depot yang terlama sebesar 0.75 jam

Kendala muatan : $q_{[p]} = 160 \leq Q$

$$\begin{aligned} CT &= s_{[p_8]} + \tau_{[0,p_8]} + \tau_{[p_8,0]} \\ &= 160 \times 0.0036 + \frac{30}{40} + \frac{32}{40} \\ &= 2.126 \leq T \end{aligned}$$

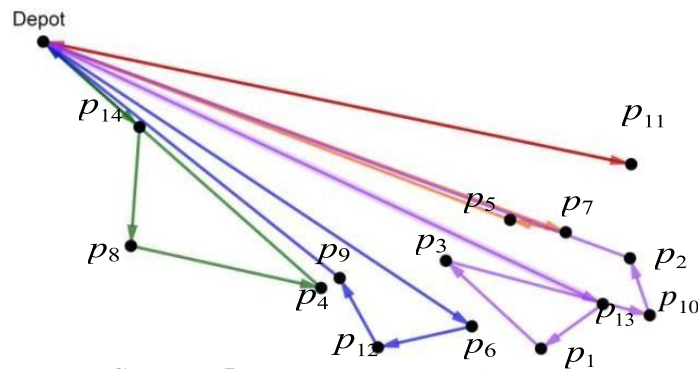
Rute terpilih $0 - p_8 - 0$

Lakukan perhitungan sampai kapasitas kendaraan terpenuhi. Sehingga rute terpilih $0 - p_{14} - p_8 - p_4 - 0$ dengan permintaan 530 tabung gas dan waktu 3.483 jam. Hasil rute yang diperoleh dengan menggunakan kriteria pelanggan pertama *longest travel time* pada Tabel 11 berikut ini.

Tabel 11 Rekapitulasi Hasil Penyelesaian Masalah *Longest Travel Time*

Longest Travel Time				
kendaraan	rute	waktu	kapasitas (%)	jarak (km)
1	$0 - p_{14} - p_8 - p_4 - 0$	3.483	95%	63
	$0 - p_7 - p_5 - 0$	2.625	71%	47.4
	$0 - p_{11} - 0$	1.47	36%	30
total waktu		7.578	total jarak	140.4
2	$0 - p_6 - p_{12} - p_9 - 0$	3.5335	100%	60.7
	$0 - p_1 - p_{13} - p_3 - p_{10} - p_2 - 0$	3.3565	98%	55.06
total waktu		6.89	total jarak	115.76
Jumlah		14.468		256.16

Rute pendistribusian tabung gas LPG 3 kg di Koperasi Kantor Gubernur Kalimantan Barat dengan algoritma *sequential insertion* dengan kriteria pelanggan pertama *longest travel time* sebagai berikut:



Gambar 5 Rute *Longest Travel Time*

Jumlah jarak dan waktu yang ditempuh dua kendaraan dengan lima rute yaitu sebesar 256.16 km dan 14.468 jam.

PENUTUP

Penyelesaian permasalahan pendistribusian tabung gas LPG 3 kg di Koperasi Pegawai Kantor Gubernur Kalimantan Barat dengan empat kriteria pelanggan pertama menghasilkan lima rute sebagai berikut

Tabel 8 Perbandingan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG 3 Kg

No	Kriteria Pelanggan Pertama	Jarak Tempuh (KM)	Waktu Tempuh (jam)
1	Rute Asli	278.46	15.2274
2	<i>Earliest Deadline</i>	280.3	15.0715
3	<i>Earliest Ready Time</i>	293.66	15.4055
4	<i>Shortest Time Window</i>	277.26	14.9955
5	<i>Longest Travel Time</i>	256.16	14.468

Berdasarkan hasil yang diperoleh dalam penentuan kriteria pelanggan pertama *longest travel time* pada algoritma *sequential insertion* di Koperasi Pegawai Kantor Gubernur Kalimantan Barat

menghasilkan rute yang optimal yang dapat dilihat berdasarkan jarak dan waktu tempuh terkecil sehingga sistem pendistribusian lebih efisien dan menghemat biaya dalam penggunaan bahan bakar bensin maupun waktu dalam mendistribusikan LPG.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Gunawan, Maryanti I, Wibowo HK. Optimasi Penentuan Rute Kendaraan Pada Sistem ANT Colony Optimization. *Semantik 2012*. 2012; 163-168
- [2] Abadi C, Susanty S, Adianto H. Penentuan Rute Kendaraan Distribusi Produk Roti Menggunakan Metode Nearest Neighbour dan Metode Sequential Insertion. *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional*. 2014; 1(4)
- [3] Tonci C, Hrvoje G. *Vehicle Routing Problem*. University of Zagreb. In-the Croatia. 2008;
- [4] Rupiah S, Mulyono, Sugiharti E. Efektivitas Algoritma Clarke-Wright dan Sequential Insertion dalam Penentuan Rute Pendistribusian Tabung Gas LPG. *UNNES Journal of Mathematics*. 2017; Vol 6(2): 199-210
- [5] Octora L, Arif I, Susanty S. Pembentukan Rute Distribusi Menggunakan Algoritma Clarke & Wright Savings dan Algoritma Sequential Insertion. *Jurnal Online Institut Teknologi Nasional Bandung Indonesia 2*. 2014;

SYARIFAH RATIH EKA WAHYUNI : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
syartifahr@gmail.com

MARIATUL KIFTIAH : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
kiftiahmariatul@math.untan.ac.id

YUDHI : Jurusan Matematika FMIPA UNTAN, Pontianak
yudhi@math.untan.ac.id